

1) Resuelve:

a) $\frac{4x^2 - 4x}{3} - x = x^2 - \frac{3x + 4}{3}$

b) $x^4 - 11x^2 + 28 = 0$

c) $x(x + 4) - 5 = \frac{x(x - 1)}{3}$

2) Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $x + \sqrt{3x + 10} = 6$

b) $\frac{3}{x} + \frac{2}{x + 4} = \frac{11}{6}$

c) $x + 4 = \sqrt{4x + 12}$

3) Descompón en factores y resuelve:

a) $x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x = 0$

b) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

c) $x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = 0$

SOLUCIONES

$$1) a) \frac{4x^2 - 4x}{3} - x = x^2 - \frac{3x+4}{3} \qquad \frac{4x^2 - 4x}{3} - \frac{3x}{3} = \frac{3x^2}{3} - \frac{3x+4}{3}$$

$$4x^2 - 4x - 3x = 3x^2 - 3x - 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$b) x^4 - 11x^2 + 28 = 0$$

$$\text{Cambio : } x^2 = z \rightarrow x^4 = z^2 \Rightarrow z^2 - 11z + 28 = 0$$

$$z = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 112}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{11 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} z = 7 \rightarrow x = \pm\sqrt{7} \\ z = 4 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\text{Cuatro soluciones : } x_1 = -\sqrt{7}, x_2 = \sqrt{7}, x_3 = -2, x_4 = 2$$

$$c) x(x+4) - 5 = \frac{x(x-1)}{3} \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = \frac{x^2 - x}{3} \Rightarrow 3x^2 + 12x - 15 = x^2 - x$$

$$2x^2 + 13x - 15 = 0$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 120}}{4} = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-13 \pm 17}{4} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-30}{4} = -\frac{15}{2} \end{cases}$$

$$2) a) x + \sqrt{3x+10} = 6 \Rightarrow \sqrt{3x+10} = 6-x \Rightarrow 3x+10 = (6-x)^2$$

$$3x+10 = 36 + x^2 - 12x \Rightarrow 0 = x^2 - 15x + 26$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 104}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{15 \pm 11}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 13 \\ x = 2 \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = 13 \rightarrow 13 + \sqrt{49} = 13 + 7 = 20 \neq 6 \rightarrow x = 13 \text{ no vale}$$

$$x = 2 \rightarrow 2 + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6 \rightarrow x = 2 \text{ sí vale}$$

Hay una solución: $x = 2$

$$b) \frac{3}{x} + \frac{2}{x+4} = \frac{11}{6} \Rightarrow \frac{18(x+4)}{6x(x+4)} + \frac{12x}{6x(x+4)} = \frac{11x(x+4)}{6x(x+4)}$$

$$18x + 72 + 12x = 11x^2 + 44x \Rightarrow 0 = 11x^2 + 14x - 72$$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 3168}}{22} = \frac{-14 \pm \sqrt{3364}}{22} = \frac{-14 \pm 58}{22} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-72}{22} = -\frac{36}{11} \end{cases}$$

c) a) $x + 4 = \sqrt{4x + 12} \Rightarrow x^2 + 16 + 8x = 4x + 12 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Comprobación: $x = -2 \rightarrow 2 = \sqrt{4} \rightarrow$ sí es válida

3) a) Sacamos factor común:

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x = x(x^3 + x^2 - 4x - 4) = 0$$

y factorizamos $x^3 + x^2 - 4x - 4$:

	1	1	-4	-4
-1		-1	0	4
	1	0	-4	0
2		2	4	
	1	2	0	

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x = x(x+1)(x-2)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ x-2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x+2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

Por tanto las soluciones de la ecuación son: $x_1 = 0$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$

b) Factorizamos:

	1	-2	-5	6
1		1	-1	-6
	1	-1	-6	0
3		3	6	
	1	2	0	

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x-3)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x-3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ x+2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

Por tanto, las soluciones de la ecuación son: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = -2$

c) Factorizamos:

	1	-2	-11	12
1		1	-1	-12
	1	-1	-12	0
4		4	12	
	1	3	0	

$$x^3 - 2x^2 - 11x + 12 = (x-1)(x-4)(x+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x-4 = 0 \rightarrow x = 4 \\ x+3 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

Por tanto, las soluciones de la ecuación son: $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $x_3 = -3$